BAC 2005 SESSION PRINCIPALE

EXERCICE 1 (6 points)

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$, AB = 3 et BC = 4.

1) Soit f la similitude directe telle que f(A) = B et f(B) = C.

a- Déterminer l'angle et le rapport de f.

b- Soit H le projeté orthogonal de B sur (AC).
Montrer que H est le centre de f.

2) Soit D = f(C).

a- Montrer que D appartient à la droite (BH).

b- Construire la point D.

3) Soit g la similitude indirecte qui transforme A en B et B en C.
On désigne par Ω le centre de g.

a- Montrer que $f \circ g^{-1} = S_{(BC)}$.

b- Soit E = g(C). Déterminer $S_{(BC)}(E)$. Construire alors le point E.

c- Préciser la nature de $g \circ g$. Montrer que Ω appartient à la droite (AC) ainsi qu'à la droite (BE).

d- Construire le point Ω et l'axe Δ de la similitude g.

EXERCICE 2 (4 points)

Dans le plan complexe $\mathscr{P}$ rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on donne le point A d'affixe 1. Soit l'application f de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{1+i}{\sqrt{2}}z + 1 - \frac{1+i}{\sqrt{2}}$.

1) Déterminer la nature de f et préciser ses éléments caractéristiques.

2) Soit le point M_0 d'affixe 2. On pose pour tout entier naturel n, $M_{n+1}=f(M_n)$. On désigne par z_n l'affixe de M_n et par Z_n l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AM_n}$

a- Montrer que $Z_1 = e^{i\frac{\pi}{4}}$.

b- Montrer que pour tout $n \in IN$, $Z_n = e^{i\frac{n\pi}{4}}$.

c- En déduire l'ensemble des valeurs de n pour lesquelles les